

ΟΜΙΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ

1^ο ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ





Εντυπωσιακά ή περίεργα Θεωρήματα

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΩΝ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΧΡΩΜΑΤΩΝ

Ορισμός του προβλήματος...

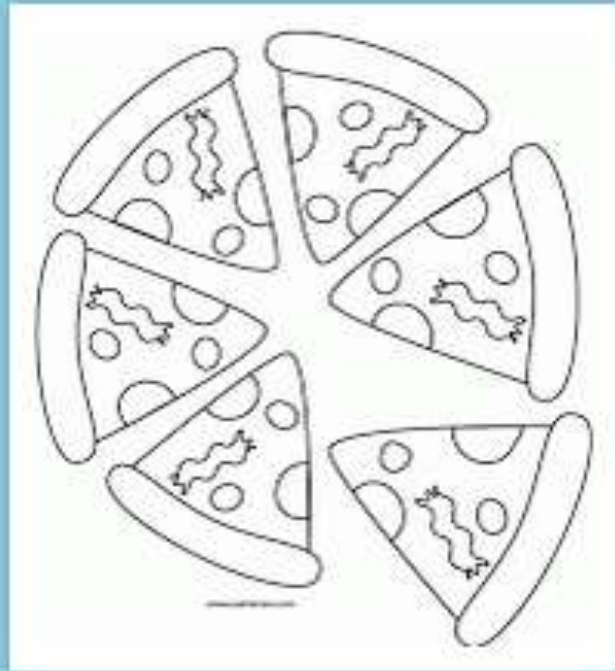
□ Οποιαδήποτε επιφάνεια που χωρίζεται σε περιοχές, όπως ένας πολιτικός χάρτης των νομών ενός κράτους, μπορούν να χρωματιστούν χρησιμοποιώντας λιγότερα από τέσσερα χρώματα κατά τέτοιο τρόπο ώστε καμία από δύο παρακείμενες περιοχές να μην έχουν το ίδιο χρώμα. □ ήταν το πρώτο σημαντικό θεώρημα που αποδεικνύεται, χρησιμοποιώντας υπολογιστή, και η απόδειξη δεν είναι αποδεκτή από όλους τους μαθηματικούς επειδή θα ήταν αδύνατον για έναν άνθρωπο να το ελέγξει με το χέρι.

Ιστορικά...

□ Η υπόθεση προτάθηκε αρχικά το 1852, όταν ο φοιτητής Francis Guthrie προσπαθούσε να χρωματίσει το χάρτη των περιφερειών της Αγγλίας. Στα 1976 το θεώρημα των 4 χρωμάτων αποδείχθηκε τελικά από τον Kenneth Appel και Wolfgang Haken από το πανεπιστήμιο του Ιλλινόις. Βοηθήθηκαν από τον John Koch και τον υπολογιστή του (επί 1200 ώρες).



ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΠΙΤΣΑΣ.



Αν έχουν στραβοκόψει την πίτσα σας, πώς θα ξέρετε ποιος από τους συνδαιτυμόνες έχει φάει περισσότερο; Ένα τέτοιο πρόβλημα δεν απασχολεί μόνο τους πεινασμένους, αλλά και τους μαθηματικούς που διατύπωσαν- ύστερα από πολλές περιπέτειες- το περίφημο «θεώρημα της πίτσας».

ΤΟΥ STEPHEN ORNES



Η σπαζοκεφαλιά ...

Το πρόβλημα που τους απασχολούσε ήταν το εξής: ας υποθέσουμε ότι στη βιασύνη του ο σερβιτόρος...

κόβει την πίτσα εκτός κέντρου, με όλες τις τομές να διασταυρώνονται σε ένα σημείο σχηματίζοντας ίσες γωνίες με τη γειτονική τους. Οι εκτός κέντρου τομές σημαίνουν ότι τα κομμάτια δεν θα έχουν το ίδιο μέγεθος. Επομένως δύο άτομα που παίρνουν εναλλάξ διαδοχικά κομμάτια, θα έχουν φάει ίσα μερίδια όταν τελειώσει η πίτσα και, αν όχι, ποιος θα έχει φάει περισσότερο;

Όπως συμβαίνει με πολλές μαθηματικές σπαζοκεφαλιές, η απάντηση ήρθε σε στάδια- για διαφορετικές κάθε φορά πιθανές περιπτώσεις του προβλήματος. Η ευκολότερη προσφέρεται όταν τουλάχιστον μία τομή περνάει από το κέντρο της πίτσας: ένα γρήγορο σχήμα μπορεί να δείξει ότι στην περίπτωση αυτή τα αντιδιαμετρικά κομμάτια είναι συμπληρωματικά μεταξύ τους οπότε μοιράζονται ίσα ανάμεσα στους δύο συνδαιτυμόνες, ανεξάρτητα από το πόσες είναι οι τομές.



Μαθηματικά Παράδοξα

<http://www.math.uoa.gr/web/activ/magaz/teyxos3/thema7.html>

1. Ο Αχιλλέας και η χελώνα (παράδοξο του Ζήνωνα).

Ο Ζήνωνας, αρχαίος Έλληνας μαθηματικός και φιλόσοφος, είχε θέσει κάποια μαθηματικά παράδοξα που ταλαιπώρησαν τους μαθηματικούς των επόμενων αιώνων στην προσπάθειά τους να δώσουν μια «επιστημονικά σωστή» λύση.

Όπως για παράδειγμα το παράδοξο του Αχιλλέα με τη χελώνα που τρέχουν σ' ένα δρόμο ταχύτητας. Ο Ζήνωνας υποστήριξε ότι, ποτέ ο Αχιλλέας δεν θα καταφέρει να ξεπεράσει την προπορευόμενη χελώνα! Κάθε φορά που ο Αχιλλέας θα φτάνει στο σημείο που βρίσκονταν πριν από λίγο η χελώνα, αυτή θα έχει ήδη προχωρήσει (έστω και) λίγο πιο μπροστά... Έτσι αν και ο γοργολόδαρος Αχιλλέας θα μειώνει συνεχώς την απόσταση απ' την προπορευόμενη χελώνα, ποτέ δεν θα την ξεπεράσει!!!

Παράδοξο που οδηγεί στον απειροστικό λογισμό, όπως και ένα παρόμοιό του, σύμφωνα με το οποίο, ούτε ο Αχιλλέας, αλλά ούτε και η χελώνα θα τερματίσουν ποτέ! Γιατί;

Για να τερματίσουν θα πρέπει πρώτα να φτάσουν στο μέσο της διαδρομής. Όταν φτάσουν στο μέσο θα πρέπει να διανύσουν το πρώτο μισό του εναπομείναντος διαστήματος. Και φυσικά όταν θα το κάνουν αυτό θα πρέπει και πάλι να διανύσουν το επόμενο πρώτο μισό. Και αυτό θα συνεχίζεται επ' άπειρον.

2. Παράδοξο του κουρέα (παράδοξο του Ράσελ).

1η διατύπωση

Διατυπώνεται ως εξής: “Σε μια χώρα που όλοι οι άντρες είναι καθημερινά ξυρισμένοι, υπάρχει ένας μόνο κουρέας. Αυτός ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Τότε όμως ποιος ξυρίζει τον κουρέα;”. Αναλύοντας το πρόβλημα με τη βοήθεια της Θεωρίας των Συνόλων, είναι σαφές ότι στη χώρα υπάρχουν το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται μόνοι τους και το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται στον κουρέα. Ο κουρέας ξυρίζεται μόνος του;

Αδύνατον, αφού ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Τον ξυρίζει κάποιος άλλος; Όχι, γιατί ο κουρέας ξυρίζει όλους όσους δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Βρισκόμαστε εδώ μπροστά σ’ ένα παράδοξο. Σύμφωνα με τον Ράσελ, για να το ξεπεράσουμε πρέπει να διορθώσουμε τη δική μας λανθασμένη αντίληψη ότι για κάθε ιδιότητα πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει ένα σύνολο. Σ’ αυτή την περίπτωση δε δημιουργείται κανένα ομοιογενές σύνολο.

2η διατύπωση

Σε ένα χωριό όπου υπάρχει ένας κουρέας οι μισοί άντρες ξυρίζονται στον κουρέα και οι άλλοι μισοί ξυρίζονται μόνοι τους . Ο κουρέας σε ποιά από τις δύο ομάδες ανήκει , σε αυτούς που ξυρίζονται μόνοι τους ή σε αυτούς που τους ξυρίζει ο κουρέας;



5. Το παράδοξο του Russell

Σε μια βιβλιοθήκη υπάρχουν κάποιοι κατάλογοι που περιέχουν τίτλους βιβλίων σχετικών με κάποιο θέμα.

Για την καλύτερη εξυπηρέτηση των αναγνωστών, υπάρχουν και κάποιοι πιο γενικοί κατάλογοι οι οποίοι περιέχουν τίτλους των προηγούμενων καταλόγων αναλόγως με το θέμα στο οποίο αναφέρονται.

Από λάθος όμως, μερικοί από αυτούς τους γενικούς καταλόγους περιέχουν και τον τίτλο του εαυτού τους. Όταν ο υπεύθυνος της βιβλιοθήκης αντιλήφθηκε το λάθος αποφάσισε να φτιάξει έναν νέο κατάλογο, τον οποίο ονόμασε «Κατάλογος Σωστών Καταλόγων» και ο οποίος θα περιέχει όλους τους τίτλους των γενικών καταλόγων που δεν περιέχουν τον εαυτό τους.

Και εδώ εμφανίζεται το παράδοξο: Θα πρέπει να συμπεριλάβει στον νέο κατάλογό του τον καινούργιο τίτλο; Αν τον συμπεριλάβει τότε θα περιέχει τον εαυτό του και άρα δεν θα είναι σωστός κατάλογος. Αν δεν τον συμπεριλάβει τότε ο νέος κατάλογος δεν θα περιέχει όλους τους τίτλους των γενικών καταλόγων που δεν περιέχουν τον εαυτό τους.

6. Το παράδοξο του Πρωταγόρα

Στον Πρωταγόρα αποδίδεται το παρακάτω θεωρητικό παράδοξο:

Ο Αρίστιππος ζήτησε από τον Πρωταγόρα να του διδάξει Νομική. Επειδή όμως δεν είχε λεφτά να τον πληρώσει, συμφώνησαν ο Πρωταγόρας να πληρωθεί μόλις ο Αρίστιππος κερδίσει την πρώτη του δίκη.

Ο Αρίστιππος όμως δεν τα κατάφερνε καθόλου καλά στο δικαστήριο και έτσι ο Πρωταγόρας του ζήτησε την καταβολή των χρημάτων του, παρόλο που δεν είχε κερδίσει ακόμα καμία δίκη. Ο Αρίστιππος αρνήθηκε επικαλούμενος τη συμφωνία τους και το θέμα έφτασε στα δικαστήρια.

Ο δικαστής που άκουσε την υπόθεση βρέθηκε στο παρακάτω λογικό παράδοξο:

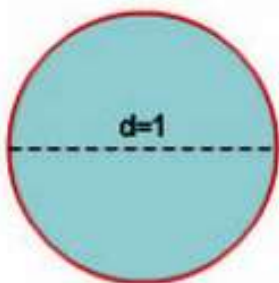
Αν δικαίωνα τον Αρίστιππο με απόφαση να μην πληρώσει τον Πρωταγόρα τότε ο Αρίστιππος θα είχε μόλις κερδίσει την πρώτη του δίκη και για το λόγο αυτό θα έπρεπε να πληρώσει τον Πρωταγόρα.

Αν από την άλλη, δικαίωνα τον Πρωταγόρα με απόφαση να πληρωθεί από τον Αρίστιππο τότε ο τελευταίος δεν θα είχε κερδίσει ακόμα την πρώτη του δίκη και έτσι δεν θα έπρεπε να πληρώσει τον Πρωταγόρα.

Πως θα βγει ο δικαστής από αυτό το αδιέξοδο;

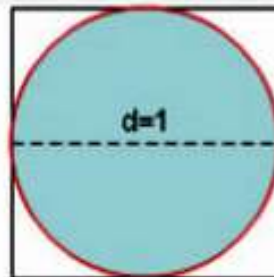


ΞΙΣΙΑΞΕΤΕ
ΕΝΑΝ ΚΥΚΛΟ



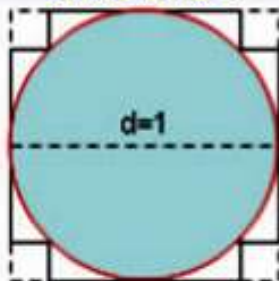
ΞΙΣΙΑΞΕΤΕ
ΕΝΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ
ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΟΝ ΚΥΚΛΟ

ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ = 4



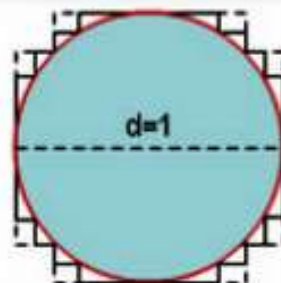
ΑΞΙΑΡΕΣΤΕ ΤΙΣ ΓΩΝΙΕΣ

*Η ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ
ΕΙΝΑΙ ΠΑΛΙ 4 !*

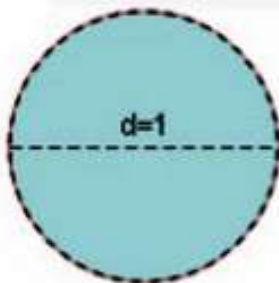


ΑΞΙΑΡΕΣΤΕ ΚΙ ΑΛΛΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

*Η ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ
ΕΞΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ 4 !*



ΣΥΝΕΧΙΣΤΕ ΕΠ' ΑΠΕΙΡΟ



$\pi = 4 !$



*ΠΡΟΒΛΗΜΑ,
ΑΡΧΙΜΗΔΗ ;*



Η μαγεία των αριθμών

1X1	=1
11X11	=121
111X111	=12321
1111X1111	=1234321
11111X11111	=123454321
111111X111111	=12345654321
1111111X1111111	=1234567654321
11111111X11111111	=123456787654321
111111111X111111111	=12345678987654321





1. Συμμετρία και τελειότητα :

$$1 = 1$$

$$1 + 2 + 1 = 2$$

$$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 3$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 4$$

.....

2. Ο αριθμός 37 επί τα πολλαπλάσια του 3 :

$$37 * 3 = 111$$

$$37 * 6 = 222$$

$$37 * 9 = 333$$

$$37 * 12 = 444$$

.....

3. Ο αριθμός 15873 επί τα πολλαπλάσια του 7

$$15873 * 7 = 111111$$

$$15873 * 14 = 222222$$

$$15873 * 21 = 333333$$

$$15873 * 28 = 444444$$

.....



5 Τα κύματα

$$12345679 * 9 = 111.111.111$$

$$12345678 * 9 = 111.111.102$$

$$12345689 * 9 = 111.111.201$$

$$12345789 * 9 = 111.112.101$$

$$12346789 * 9 = 111.121.101$$

.....

$$23456789 * 9 = 211.111.101$$

4. Οι κορυφές των δέντρων

$$9^2 = 81$$

$$99^2 = 9801$$

$$999^2 = 998001$$

$$9999^2 = 99980001$$

$$99999^2 = ;$$



The Beauty of Mathematics

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$